

Determinante

Polona Oblak

1. NOVO DEFINIRANI POJMI

- Determinanta.
 - Postopki za računanje determinant
 - * Z rekurzivno formulo.
 - * Z negaussovo eliminacijo.
 - Lastnosti determinant
 - Računanje inverzov obrnljivih matrik s pomočjo determinant.

2. ALI RAZUMEM SNOV?

- (1) Naj bo $A \in \mathbb{R}^{5 \times 5}$, za katero velja $\det(A) = 2$. Koliko so determinante matrik $2A$, $-A$, A^2 in A^{-1} ?
- (2) Če je $\det A = 5$ in $\det B = 3$, izračunajte $\det(A^T B A B^{-1})$.
- (3) Naj bo $Q \in \mathbb{R}^{n \times n}$ takšna matrika, da velja $Q^T Q = I$. Izračunajte vse možne vrednosti determinante matrike Q .
- (4) Naj bo $P \in \mathbb{R}^{n \times n}$ matrika, za katero velja $P^2 = P$. Izračunajte vse možne vrednosti determinante matrike P .
- (5) Drži ali ne drži? Utemeljite ali poiščite protiprimer.
 - (a) $\det(A + B) = \det(A) + \det(B)$.
 - (b) $\det(AB) = \det(A) \det(B)$.
 - (c) Če je $\det(A) = 3$, potem je $\det(I + A) = 4$.
 - (d) Če je A matrika reda $n \times n$, potem je $\det(nA) = n \det(A)$.
 - (e) Če sta $A, B \in \mathbb{R}^{n \times n}$, potem je $\det \begin{bmatrix} A & B \\ B & A \end{bmatrix} = \det(A^2) - \det(B^2)$
 - (f) Če sta A in B obrnljivi matriki, potem je $\det(AB) = 0$.
 - (g) Množica vseh matrik $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, za katere velja $\det(A) = 0$, je vektorski podprostor v $\mathbb{R}^{n \times n}$.
- (6) Aleksandra Franc: Rešene naloge iz linearne algebre, 2019, Poglavje 4.

3. KJE SI LAHKO PREBEREM/OGLEDAM SNOV?

- (1) Bojan Orel: Linearna algebra, Založba FRI, 2015, Poglavje 5.
- (2) Gilbert Strang: Introduction to Linear Algebra, 2009, Chapter 5.
- (3) Gilbert Strang, Video Lectures:
 - (a) Lecture 18: Properties of determinants.
 - (b) Lecture 19: Determinant formulas and cofactors.
- (4) Polona Oblak: Matematika, razdelek 6.3 (brez dokazov, le recepti in primeri).
- (5) 3Blue1Brown, The determinant.
- (6) Determinante so uporabne tudi za reševanje sistemov enačb. Oglejte si predavanje Gilberta Stranga, Video Lectures: Lecture 20: Cramer's rule, inverse matrix, and volume in vizualizacijo 3Blue1Brown.