

Vektorski prostor in podprostor

Polona Oblak

1. NOVO DEFINIRANI POJMI

- Vektorski prostor
- Vektorski podprostor
- Linearne kombinacije. Linearna ogrinjača.

2. ALI RAZUMEM SNOV?

- (1) Naj bo V vektorski prostor ter $U, W \subseteq V$ vektorska prostora v V . Pokažite, da je tudi $U \cap W$ vektorski podprostor v V .
- (2) Drži ali ne drži?
- Množica vseh zgornje trikotnih $n \times n$ matrik vektorski podprostor v $\mathbb{R}^{n \times n}$.
 - Množica vseh 3×3 matrik z vsemi diagonalnimi elementi enakimi 0 je vektorski podprostor v $\mathbb{R}^{3 \times 3}$.
 - Množica vseh 4×4 matrik, ki imajo vse vrstice enake, je vektorski podprostor v $\mathbb{R}^{4 \times 4}$.
 - Ravnina v \mathbb{R}^3 , podana z enačbo $x + 2y + 3z = 4$, je vektorski podprostor v \mathbb{R}^3 .
 - Če so $x, y, z \in \mathbb{R}^3$ linearno odvisni vektorji, potem je linearna ogrinjača $\mathcal{L}\{x, y, z\}$ ravnina v \mathbb{R}^3 skozi koordinatno izhodišče.
 - Če je simetrična matrika obrnljiva, potem je tudi njen inverz simetrična matrika.
- (3) Katere od naslednjih množic so vektorski podprostori v \mathbb{R}^n ?
- Vsi vektorji dolžine 1.
 - Vsi vektorji, ki so pravokotni na vektor $[1, 2, 0, \dots, 0]^T$.
 - Vsi vektorji, ki niso kolinearni vektorju $[1, 2, 0, \dots, 0]^T$.
 - Vsi vektorji, ki so kolinearni vektorju $[1, 2, 0, \dots, 0]^T$.
 - Vsi vektorji, katerih prva komponenta je neničelna.
 - Vsi vektorji, katerih prva komponenta je ničelna.
- (4) Katere od naslednjih množic realnih $n \times n$ matrik so vektorski podprostori v $\mathbb{R}^{n \times n}$?
- Matrike, ki imajo prvo vrstico ničelno.
 - Matrike, ki imajo vsoto elementov v vsaki vrstici enako 1.
 - Vse matrike C , za katere velja $C^2 = I$.

- (d) Vse matrike D , ki so rešitve sistema $Dx = 0$.
 - (e) Vse matrike, katerih elementi so nenegativna realna števila.
 - (f) Vse matrike F , za katere velja $F = F^T$.
 - (g) Vse matrike G , za katere velja $G = -G^T$.
 - (h) Vse matrike H , za katere velja $\text{rang } H = n$.
 - (i) Vse matrike, katerih vse vrstice so med seboj enake.
 - (j) Vse matrike X , katerih produkt z vnaprej dano matriko J je enak ničelni matriki.
- (5) Naj bo $\vec{a} \in \mathbb{R}^n$ poljuben neničeln vektor.
- (a) Pokažite, da je matrika $\vec{a}\vec{a}^T$ simetrična matrika.
 - (b) Pokažite, da je matrika $\vec{a}\vec{a}^T$ matrika ranga 1.
- (6) Aleksandra Franc: Rešene naloge iz linearne algebre, 2019, Naloge 55 (a) in (b), 59(a), 68 (a) in (b)

3. KJE SI LAHKO PREBEREM/OGLEDAM SNOV?

- (1) Polona Oblak: Vektorski prostor in podprostor, Poglavje 1.
- (2) Bojan Orel: Linearna algebra, Založba FRI, 2015, Razdelek 3.1.
- (3) Gilbert Strang: Introduction to Linear Algebra, 2009, Section 3.1.